



## Control 4

**P1.** a) (3.0 ptos.) Calcule:

$$\sum_{k=0}^{2n} \sum_{j=0}^{4n-2k} (-1)^k \binom{2n}{2n-k} \binom{4n-2k}{j}$$

b) (3 ptos.) Calcule:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{k^2} \frac{n+k^2}{(n+j-1)(n+j)}$$

**P2.** a) (4ptos) Demuestre sin usar inducción que:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k}}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{n+2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

b) (2 ptos) Se define:  $M = \{A \subseteq \mathbb{Q} \mid |A| = 2\}$ . Demostrar que  $M$  es numerable.

Tiempo: 1 hora 15 minutos.